

Dr. Hans Riegel-Fachpreise

Mathematik

2021

1. Platz:

Die Verfasserin hat in ihrer Seminararbeit eine sehr gute Einführung in das Thema der Linearen Optimierung gegeben und den Simplex-Algorithmus vorgestellt. Dabei wurde die Fragestellung sowohl allgemein und mathematisch sauber formuliert als auch an Beispielen sehr schön und anschaulich motiviert. Außerdem wurde der Zusammenhang zwischen den einzelnen Schritten des Simplex-Verfahrens und dessen geometrischen Bedeutung sehr klar dargestellt. Die Arbeit ist sehr gut geschrieben.

2020

1. Platz:

Die Autorin hat in ihrer Seminararbeit verschiedene Verfahren zum Finden von Primzahlen und auch einige grundsätzliche Eigenschaften von Primzahlen und deren Bedeutung in der Kryptographie behandelt. Dabei wurden auch einige klassische mathematische Aussagen wie die Existenz unendlich vieler Primzahlen und Eigenschaften der Eulerschen Phi-Funktion bewiesen. Die Verfahren werden sehr anschaulich und gut erläutert und Vor- und Nachteile diskutiert. Die Arbeit ist sehr gut geschrieben.

2. Platz:

Die Verfasserin beschäftigt sich in ihrer Seminararbeit mit der Taylorreihe, einer Potenzreihe, mit der Funktionen dargestellt werden können. Die Autorin erläutert zunächst hierfür benötigte mathematische Grundlagen wie Polynome (als Summe von

Potenzfunktionen) oder den Konvergenzbegriff (inklusive wichtiger Konvergenzkriterien). Im Hauptteil der Arbeit leitet die Schülerin das Taylorpolynom (zur lokalen Approximation von Funktionen) und schließlich die Taylorreihe (zur globalen Entwicklung von Funktionen) her. Exemplarisch werden abschließend Taylorreihen für die Sinus-, Exponential- und Logarithmusfunktion entwickelt sowie ein Beispiel für eine (beliebig oft differenzierbare) Funktion gegeben, die sich nicht als Taylorreihe darstellen lässt. Im Fazit stellt die Autorin alle Begriffe sowie deren Zusammenhänge noch einmal kompetent im Überblick dar. Insgesamt gefällt an der Arbeit auch die professionelle Aufbereitung (z.B. mit LaTeX und Abbildungen mit Geogebra).

3. Platz:

Der Verfasser hat in seiner Seminararbeit verschiedene analytische und numerische Integrationsverfahren behandelt. Im ersten Teil wurden verschiedene analytische Verfahren zum expliziten Lösen von verschiedenen Typen von Integralen wie die Substitutionsregel, die Partialbruchzerlegung und Kombinationen aus beiden hergeleitet und an Beispielen diskutiert. Im zweiten Teil werden verschiedene numerische Verfahren zur näherungsweise Berechnung von Integralen beschrieben und an Beispielen verglichen. Dabei wurden die Aussagen und Beispiele sehr sauber hergeleitet. Die Diskussion ist allerdings an einigen Punkten, insbesondere bei der Behandlung der Substitutionen, recht formal. Das hätte leicht exakt gemacht werden können. Die Arbeit ist ansonsten sehr gut und verständlich geschrieben.

1. Platz:

Der Schüler hat in seiner Seminararbeit die Gruppe der komplexen Einheitswurzeln von einem gegebenem Grad diskutiert und Anwendungen dieser auf die diskrete Fourier-Transformation und Darstellung von Schwingungen studiert. Dabei wird ein sehr schöner Bogen von abstrakten mathematischen Konzepten bis hin zu einer konkreten Frequenzanalyse von Tönen gespannt. Die mathematischen Grundlagen werden in sehr guter und verständlicher Weise dargestellt und die behandelten Eigenschaften präzise mathematisch bewiesen.

2. Platz:

Die Schülerin gibt in ihrer Seminararbeit einen Überblick über das Thema Kryptographie. Der Autorin gelingt es dabei, sowohl die Geschichte der Kryptographie, deren Bedeutung für unsere heutige Datengesellschaft als auch zentrale mathematische Grundlagen auf jederzeit verständliche Weise darzulegen.

Alle fachlichen Grundlagen werden dabei mathematisch präzise beschrieben und anhand anschaulicher Beispiele illustriert, dasselbe gilt für alle thematisierten Aspekte der Kryptographie (wie z.B. Schlüsselbildung, Ver- und Entschlüsselung oder Signaturen). Auch bei der Beschreibung spezifischer Gefahren und Angriffe wird klar, dass die Autorin das Thema nicht nur vollständig durchdrungen hat, sondern auch auf didaktische Weise strukturieren und aufbereiten kann.

3. Platz:

Der Verfasser hat in seiner Seminararbeit eine sehr anschauliche und gut verständliche Einführung in die Arithmetik auf elliptischen Kurven und deren Anwendung sowie Bedeutung in der Kryptographie gegeben. Insbesondere wurde die Anwendung auf die Kryptowährung Bitcoin und die Bedeutung von elliptischen Kurven in der Kryptographie sehr gut diskutiert. Außerdem wurden die Eigenschaften der arithmetischen Operationen auf elliptischen Kurven über den reellen Zahlen sehr gut veranschaulicht.

1. Platz:

Der Schüler hat in seiner Seminararbeit ein mathematisches Paradoxon aus der Maßtheorie diskutiert, das zeigt, dass sich der natürliche Volumenbegriff nicht auf beliebige Teilmengen des euklidischen Raums definieren lässt. Der Beweis der Aussage dieses Paradoxon geht weit über den Schulstoff in Mathematik hinaus. Trotzdem gelingt es dem Schüler die wesentlichen Punkte des Beweises in sehr guter und verständlicher Weise basierend auf Schulwissen darzustellen ohne zu schwierige mathematische Begriffe einzuführen und ohne auf mathematische Genauigkeit zu sehr zu verzichten.

2. Platz:

Die Schülerin hat in ihrer Seminararbeit die mathematische Formulierung der Keplerschen Gesetze und deren Anwendungen beim sogenannten Hohmann-Transfer zwischen verschiedenen Umlaufbahnen behandelt. Dabei wurden sowohl die mathematischen als auch die physikalischen Grundlagen in sehr guter, anschaulicher und genauer Weise dargestellt. Die Fragestellungen und Anwendungen wurden sehr gut motiviert und sehr genau ausgearbeitet.

1. Platz:

In seiner Seminararbeit gelingt es dem Schüler auf unterhaltsame aber auch mathematisch fundierte Weise, eine Verbindung des Goldenen Schnitts zur Fraktalen Geometrie herzustellen. Der Aufbau der Arbeit insgesamt kann als sehr gelungen bezeichnet werden. Der Autor motiviert sein Thema zu Beginn mit einem historischen Rückblick in die Geschichte des Goldenen Schnitts, in der auch der Zusammenhang zu einem weiteren berühmten mathematischen Konzept, der Fibonacci-Folge, deutlich wird. Daran schließen in einem geometrischen Kapitel Möglichkeiten zur Konstruktion des Goldenen Schnitts (inklusive wichtiger Beweisschritte) an. Sehr aufschlussreich und gut erklärt ist auch der Abschnitt über das Vorkommen des Goldenen Schnitts in Natur sowie in technischen und künstlerischen Domänen wie z.B. der Architektur. Nach einer kurzen Einführung in die Fraktale Geometrie – die der Leitgedanke des W-Seminars war – wird schließlich der Goldene Schnitt als fraktaler Berührungsfaktor identifiziert und auf dessen Zusammenhang zur Eigenschaft der Selbstähnlichkeit von Fraktalen eingegangen. Die Arbeit ist mathematisch sauber formuliert und die Inhalte sind didaktisch so gut aufbereitet, dass auch Schüler den Gedankengängen folgen können.

2. Platz:

Der Schüler hat in seiner Seminararbeit eine sehr interessante und gut verständliche Einführung in die Kodierungstheorie gegeben. Insbesondere stellt er die sogenannte Huffman-Kodierung vor und hat diese auch in der Programmiersprache C++ implementiert. Dabei werden alle dafür notwendigen mathematischen Begriffe der Informationstheorie sehr sauber eingeführt und auch sehr gut verständlich und schülergerecht erklärt. Außerdem wird alles an einem konkreten Beispiel, welches durch die gesamte Arbeit verfolgt wird, veranschaulicht.

1. Platz:

„Der Schüler hat in seiner Seminararbeit eine sehr interessante und gut verständliche Einführung in den erweiterten Euklidischen Algorithmus und deren Anwendung in der Kryptographie am Beispiel des RSA-Algorithmus gegeben. Dabei werden alle dafür notwendigen mathematischen Begriffe sowohl sehr sauber und exakt als auch gut verständlich und mit vielen Beispielen eingeführt. Damit schlägt der Schüler eine gelungene Brücke zwischen Schulmathematik und universitärer Mathematik. Sie zeichnet sich im Vergleich zu den anderen Arbeiten durch eine große mathematische Präzision und ein hohes mathematisches Verständnis aus.“

2. Platz:

„Der Schüler hat in seiner Seminararbeit eine sehr interessante und gut verständliche Einführung in die Arithmetik elliptischer Kurven über reellen Zahlen und endlichen Körpern gegeben. Außerdem enthält sie eine sehr gut verständliche Einführung in deren Anwendung in der Kryptographie. Dabei wurden einerseits die verwendeten mathematischen Strukturen sehr gut erklärt und andererseits die Schwierigkeiten und Herausforderungen in der Kryptographie sehr gut dargestellt.“

„Sie zeichnet sich im Vergleich zu den anderen Arbeiten durch das hohe mathematische Niveau des behandelten Themas aus.“

3. Platz:

„Die Schülerin erörtert in ihrer W-Seminararbeit algebraische Strukturen beginnend von Gruppen bis hin zu Ringen. Die Autorin baut diesen Grundlagenbereich der Algebra sauber axiomatisch auf, ohne dabei zu vergessen, jederzeit auch für (Mit-)Schüler verständlich zu bleiben und auch geeignete Bezüge zur Schulmathematik herzustellen (Lösen von Gleichungen). Sie illustriert die von ihr vorgestellten mathematischen Konzepte jeweils mit guten Beispielen. Am Ende der Arbeit ist der Dedekindring (als Verallgemeinerung des Rings der ganzen Zahlen) eingeführt und die damit zusammenhängenden Begriffe (Integritätsring, Noetherscher Ring) vorbildlich erläutert.“